Étude Monte Carlo de la statistique des photons d'un laser proche du seuil

Laurent CHUSSEAU
CEM2, UMR n° 5507 au CNRS, Université Montpellier II, 34095 Montpellier, FRANCE
tél. 04 67 14 49 75, Fax 04 67 54 71 34, laurent.chusseau@cem2.univ-montp2.fr
Jacques ARNAUD
Mas Liron, 30440 Saint Martial, FRANCE
Fabrice PHILIPPE
LIRMM, UMR n° 5506 CNRS, 161 Rue Ada, 34392 Montpellier, FRANCE

Abrégé : L'étude de la statistique des photons dans des lasers monomodes de classe A ou B pompés proche du seuil est conduite par la simulation Monte Carlo d'un processus markovien négligeant les éventuels états de superposition. Pour des paramètres usuels, le calcul montre un excès de probabilité de trouver un photon et un seul dans la cavité comparé aux théories classiques de Scully, Lamb et Loudon. L'origine de ce résultat reste mystérieuse mais pourrait correspondre soit au schéma laser employé soit à l'hypothèse de linéarisation des théories classiques.

1 Introduction

Bien qu'il constitue un chapitre classique des livres traitant des lasers [1, 2], le sujet de la statistique des photons d'un laser reste d'actualité pour les lasers 'microchip' ou semiconducteur [3, 4]. Le modèle de laser employé ici est basé sur les équations à taux de populations qui décrivent, par des processus markoviens, les phénomènes physiques au niveau microscopique dans le laser. Bien que négligeant intrinsèquement les états de superposition, nous avons montré récemment que ce modèle est capable, même dans sa version la plus simple faisant l'approximation adiabatique de l'élimination de la polarisation, de rendre compte de façon précise de l'apparition d'une statistique externe sous-poissonienne des photons émis [5, 6]. Dans la même lignée, nous étudions ici grâce à la simulation Monte Carlo la statistique interne des photons d'un laser monomode à 4 niveaux en situation de pompage proche du seuil.

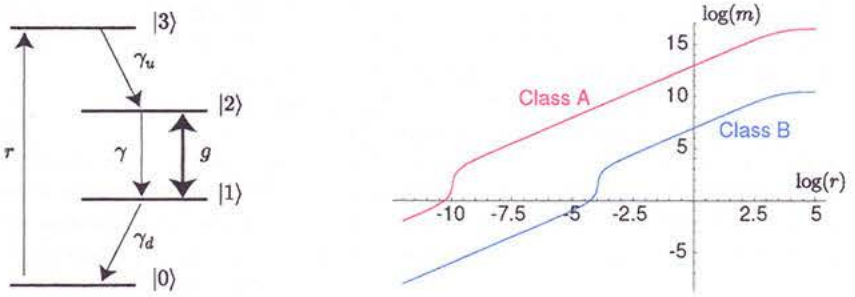

FIG. 1: À gauche : schéma des lasers monomodes à 4 niveaux étudiés. À droite : caractéristiques statiques correspondantes, les seuils se produisent aux points d'inflexion, soit à $r_{th} \approx 10^{-10}$ pour le laser de classe A et $r_{th} \approx 10^{-4}$ pour le laser de classe B. Dans les deux cas la saturation par le pompage n'intervient que pour $r \geq 10^3$.

2 Modèle et résultats

Le modèle de laser utilisé est représenté Fig. 1. Le coefficient de gain d'émission stimulée dans le mode est choisi par convention égal à $g \equiv 1$, ce qui définit en retour l'unité de temps. Le nombre d'atomes est $N = 10^{10}$, les taux de recombinaison $|3\rangle \rightarrow |2\rangle$ et $|1\rangle \rightarrow |0\rangle$ sont $\gamma_d n_1$ et $\gamma_u n_3$ avec $\gamma_d = \gamma_u = 10\,000$. La recombinaison non stimulée $|2\rangle \rightarrow |1\rangle$, incluant l'émission spontanée dans tous les autres de modes de la cavité est γn_2 avec $\gamma = 1\,000$. Le taux de fuite de cavité est αm où m est le nombre de photons stockés dans la cavité.
Nous avons choisi deux valeurs pour α, tantôt 10^{-3}, tantôt 10^3, ce qui fait que le dispositif simulé est un microlaser soit de classe A, soit de classe B dont les caractéristiques statiques sont données Fig. 1. Dans ces conditions (élimination adiabatique de la polarisation, hypothèse de linéarisation des équations à taux et $\gamma \ll \gamma_d = \gamma_u$), la probabilité d'avoir exactement m photons à un instant donné est connu [2] et vaut

$$P(m) = \frac{\gamma!}{(\gamma+m)!} \frac{\gamma^m M^m}{{}_1F_1(1;1+\gamma;\gamma M)} \tag{1}$$

où $M = r/r_{th}$ est le ratio du pompage au pompage seuil et ou ${}_1F_1(a;b;z) = 1 + (a/b)z + a(a+1)/b(b+1)\, z^2/2! + \cdots$, est la fonction hypergéométrique de Kummer.

Nous avons comparé ces probabilités calculées à celles issues d'une 'expérience numérique' produite par la simulation Monte Carlo du système représenté Fig. 1. Avec les valeurs précédemment citées nous obtenons les résultats de la Fig. 2 où coexistent la probabilité $P(m)$ *calculée en interne* grâce à la connaissance instantanée de m dans la cavité, mais aussi cette même probabilité $P(m)$ calculée à partir *du flux externe de photons*, comme cela a été réalisé expérimentalement par Lien et al. [3].

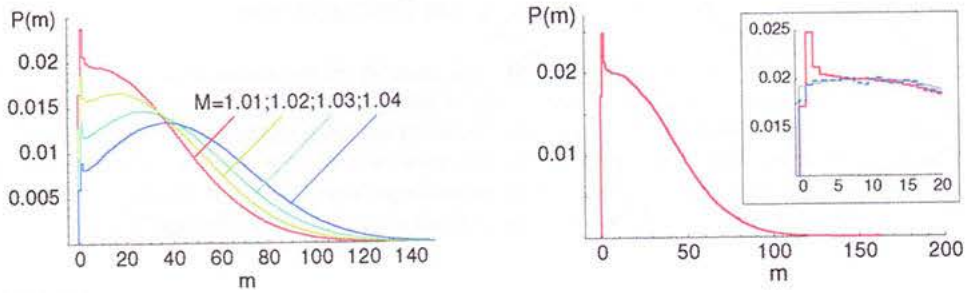

FIG. 2: Probabilité $P(m)$ d'avoir exactement m photons dans la cavité. À gauche : Calcul Monte Carlo pour un laser de classe B à 4 taux de pompage M différents. À droite : Calcul Monte Carlo pour un laser de classe A à $M = 1.01$. L'insert donne un zoom sur les faibles valeurs de m avec la comparaison de plusieurs méthodes d'évaluation de $P(m)$: Trait plein rouge, probabilité issue directement du calcul Monte Carlo. Trait pointillé bleu : probabilité déduite du flux de photons émis extérieurement obtenu par le même calcul Monte Carlo. Trait plein gris : probabilité calculée par l'Eq. (1).

Aux faibles pompages considérés dans cet exemple, la probabilité *calculée en interne* d'avoir un et un seul photon dans la cavité montre toujours un excès par rapport à la courbe régulière donnée par l'Eq. (1). Cet effet est d'autant plus marqué que r est faible et il disparaît totalement dès que la probabilité $P(0)$ devient de nouveau très faible, c'est à dire lorsque le pompage devient nettement supérieur au pompage seuil. Il se produit autant pour le laser de classe A que pour celui de classe B et n'est bien sûr pas un artefact numérique comme cela a pu être vérifié en utilisant différents générateurs aléatoires et paramètres laser. L'origine de cet effet reste mystérieuse, nous en proposons deux : (i) la nature du schéma laser qui diffère des schémas classiques [1, 2] en ce que la recombinaison spontanée γ du niveau $|2\rangle$ vide vers le niveau laser bas et non vers le niveau fondamental, ou (ii) l'hypothèse de linéarisation des théories classiques qui assimilent les populations à des quantités dérivables, ce que ne fait évidemment pas la technique Monte Carlo. Dans l'hypothèse où cet effet serait confirmé par des analyses plus fines incluant les états de superposition, il pourrait être mis à profit dans les sources à un photon [7], à condition toutefois d'ouvrir la cavité par une gachette, par exemple électro-optique, afin de profiter pleinement du surcroît de probabilité de présence d'un seul photon.

Références

[1] M. Sargent, III, M. O. Scully, and W. E. Lamb, Jr., *Laser Physics* (Addison-Wesley Publishing Company, Reading, MA, 1974).

[2] R. Loudon, *The Quantum Theory of Light* (Oxford University Press, Oxford, 1983).

[3] Y. Lien, S. M. de Vries, N. J. van Druten, M. P. van Exter, and J. P. Woerdman, Phys. Rev. Lett. **86**, 2786 (2001).

[4] T.-S. Lim, J.-L. Chern, and K. Otsuka, Opt. Lett. **27**, 1037 (2002).

[5] L. Chusseau, J. Arnaud, and F. Philippe, in *7e Conférence sur les Lasers et l'Optique Quantique* (J. Phys. IV France, 2002), vol. 12, pp. 337–338.

[6] L. Chusseau, J. Arnaud, and F. Philippe, Phys. Rev. A **66**, 053818 (2002).

[7] M. Pelton, C. Santori, J. Vučković, B. Zhang, G. S. Solomon, J. Plant, and Y. Yamamoto, Phys. Rev. Lett. **89**, 233602 (2002).