Statistique des photons d'un laser à 4 niveaux soumis à un pompage optique

L. Chusseau, J. Arnaud¹ et F. Philippe²

CEM2, Université Montpellier II, 34095 Montpellier, France

¹ Mas Liron, 30440 Saint-Martial, France

² MIAp, Université Paul Valéry, 34199 Montpellier, France, et LIRMM, 161 rue Ada,

34392 Montpellier, France

Résumé. Les lasers conventionnels à 4 niveaux peuvent délivrer de la lumière de statistique sous-Poissonienne même lorsqu'ils sont soumis à un pompage optique. Nous retrouvons exactement ces prédictions de l'optique quantique en supposant simplement que les atomes ont des niveaux d'énergie quantifiés interagissant avec un champ électromagnétique classique, la source du bruit optique étant les sauts quantiques entre niveaux. Des formules analytiques sont obtenues pour les deux paramètres clefs de la statistique des photons du laser : le facteur de Fano et la densité spectrale des photons émis.

1. INTRODUCTION

Depuis le travail fondateur de Golubev et Sokolov [1] et les démonstrations expérimentales de Yamamoto [2] la production de lumière laser de statistique sous-Poissonienne est presque exclusivement orientée vers l'utilisation de lasers à semiconducteur régulièrement pompés. Les lasers classiques à 3 et 4 niveaux pompés optiquement sont néanmoins susceptibles de produire ce type de lumière dans certaines conditions d'intensité de pompe [3–5]. L'origine physique de la régularisation du flux de photons émis provient de la cascade de désexcitation mise en œuvre dans les lasers conventionnels [4]. À la différence de ces prédictions qui reposent toutes sur l'utilisation d'une équation maîtresse (Fokker-Planck) de l'évolution de la matrice densité, le présent travail traite la lumière de façon totalement classique quoique la matière soit quantifiée. Le concept essentiel est alors que le bruit optique du laser provient des sauts quantiques qui se produisent entre niveaux laser, [7] ce qui peut être pris en compte par un système d'équations à taux de populations incluant les forces de Langevin. Du point de vue microscopique, cette démarche est équivalente à une modélisation par un processus de Markov de naissance et de mort [8] et cela peut être étendu numériquement aux lasers à semiconducteur en utilisant la technique Monte Carlo [9]. Nous présentons ici l'application de cette méthodologie au cas du laser à 4 niveaux et nous montrons que des formules totalement analytiques peuvent être obtenues à la fois pour le facteur de Fano et pour la densité spectrale.

2. MODÈLE

Le laser à 4 niveaux considéré est défini par : $J = P n_0$ le taux de pompage unidirectionnel entre les niveaux |0) et |3), $R = (m+1)n_2 - mn_1$ le taux de recombinaison stimulé entre |1) et |2), $S = \gamma n_2$ le taux de recombinaison spontanée entre |1\) et |2\), $U = p_u n_3$ et $D = p_d n_1$ les taux de désexcitation |3\) \rightarrow |2\) et |1\) \rightarrow |0\), et $Q = \alpha m$ le taux de photons sortant de la cavité. Si on leur adjoint la conservation du nombre d'atomes, $N = n_0 + n_1 + n_2 + n_3$ et les conditions de conservation des flux, J = D = U = R + S, et Q = R, cela constitue un premier système que nous résolvons pour les valeurs moyennes des flux qui définissent le régime stationnaire. Chacun de ces flux instantanés étant une variable aléatoire de type Poisson, nous l'exprimons par $X = \langle X \rangle + \Delta X + x$, soit la somme de sa moyenne, de sa fluctuation et de sa force de Langevin dont la densité spectrale est $S_X = \langle X \rangle$. Ceci permet de construire un second système linéaire dont nous extrayons une combinaison linéaire sans difficulté comme des termes de Langevin, Δm $\Delta m = a_j j + a_d d + a_u u + a_q q + a_r r + a_s s$. Cela donne accès à la densité spectrale de la fluctuation du nombre de photons dans la cavité $S_{Am}(\Omega) = \sum_{x \in \{j,d,u,q,r,s\}} (a_x \, a_x^*) S_x$. La même démarche est reproduite pour ΔQ donnant ainsi

accès à la densité spectrale $S_{\Delta Q}(\Omega)$ des photons émis en sortie du laser. Les formes fonctionnelles de ces densités spectrales sont semblables, elles font intervenir un rapport de deux polynômes où seules existent des puissances paires de Ω , les degrés de ces polynômes étant 6 au numérateur et 8 au dénominateur pour $S_{\Delta M}(\Omega)$ (respectivement 8 et 8 pour $S_{\Delta Q}(\Omega)$). Le facteur de Fano qui rend compte de la statistique des photons dans la cavité est alors

$$\mathcal{F} = \frac{\langle m^2 \rangle - \langle m \rangle^2}{\langle m \rangle} = \frac{1}{\langle m \rangle} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\Lambda m}(\Omega) d\Omega / 2\pi . \tag{1}$$

En pratique, les formules précédentes admettent des solutions analytiques que l'on peut exprimer grâce à un logiciel de calcul symbolique comme Mathematica. Les expressions restent toutefois extrêmement lourdes et non manipulables à la main.

3. RÉSULTATS & DISCUSSION

Nous avons appliqué les formules précédentes à un laser comportant $N = 10^5$ atomes et ayant pour paramètres $p_u = p_d/2 = 100 \alpha = 200\sqrt{10} \approx 632$. Les pertes de cavité étant faibles, ce système est potentiellement proche des minima théoriques de la densité spectrale et du facteur de Fano qui sont respectivement Fmin = 2/3 et $(s_{\infty}/(Q))_{min}$ = $\sqrt{3}$ lorsqu'il n'y a pas de recombinaison spontanée $(\gamma = 0)$ et que le taux de pompage est $P = p_u$. Dans le détail, la Fig. 1 montre à gauche l'évolution de \mathcal{F} en fonction du pompage pour plusieurs valeurs de γ et à droite l'évolution en fonction de γ et Ω de la densité spectrale normalisée des photons émis, S_{AQ}/Q dans le cas du pompage optimal $P = p_u$.

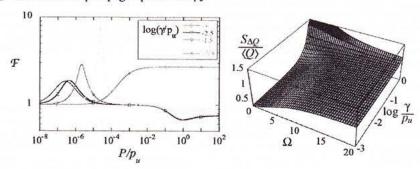


Figure 1. Facteur de Fano \mathcal{F} en fonction du pompage P pour plusieurs valeurs de la recombinaison spontanée γ (à gauche) et densité spectrale normalisée des photons émis en fonction de la fréquence en bande de base Ω , de la recombinaison spontanée γ et pour un taux de pompage optimal P=p, (à droite).

Les résultats essentiels concernant \mathcal{F} sont l'apparition d'une plage de pompage autour et au-delà de $P = p_{\mu}$ permettant une statistique sous-Poissonienne des photons. Notons que le facteur de Fano 'pique' au pompage seuil et/ou qu'il montre une bosse (cas du laser sans seuil, y =0) parce que le nombre moyen de photons dans la cavité devient inférieur à 1. Pour la même raison lorsque y est trop élevé et que le laser n'atteint jamais le seuil, F ne fait que croître avec le pompage pour se stabiliser à une valeur 'thermique' correspondant à $\mathcal{F} = \langle n \rangle + 1$ comme c'est le cas avec la valeur $\mathcal{F} \approx 3$ obtenue pour la courbe à $\gamma / p_u = 10^{0.5}$. Ce comportement se retrouve sur la densité spectrale des photons émis. Pour les faibles taux de recombinaison spontanée ($\gamma/p_u < 10^{-2}$), S_{AQ}/Q croît avec Ω d'une valeur à peine supérieure à la valeur optimale 1/3 jusqu'à tendre vers 1. En basse fréquence, la zone potentielle permettant l'émission de lumière notablement sous-Poissonienne $(S_{\Delta Q}/Q) \le 0.6$) est alors assez vaste puisque grossièrement bornée par $\Omega \le 5$ et $\gamma/p_u \le 10^{-0.5}$. Ces chiffres paraissent compatibles avec un laser à 4 niveaux actuel pour peu que l'on améliore le confinement et que le fort pompage requis n'induise pas d'effets non-linéaires perturbateurs trop importants.

References

- Y. M. Golubev, I. V. Sokolov, *Sov. Phys. JETP* **60** (1984) pp. 234–238 Y. Yamamoto, A. Imamoglu, 'Mesoscopic Quantum Optics', J. Wiley & Sons, New-York, 1999 A. M. Khazanov, G. A. Koganov, E. P. Gordov, *Phys. Rev. A* **42** (1990) pp. 3065–3069
- H. Ritsch, P. Zoller, C. W. Gardiner, D. F. Walls, Phys. Rev. A 44 (1991) pp. 3361-3364
- T. C. Ralph, C. M. Savage, *Phys. Rev. A* **44** (1991) pp. 7809–7814 G. A. Koganov, R. Shuker, *Phys. Rev. A* **63** (2000) paper 015802 [6]
- [7]
- J. Arnaud, Opt. Quantum Electron. 27 (1995) pp. 63–89 P. R. Rice, H. J. Carmichael, Phys. Rev. A 50 (1994) pp. 4318–4329
- [9] L. Chusseau, J. Arnaud, arXiv:quant-ph/0105078, to be published in Opt. Quantum Electron